בגרופ
למידה חברתית לבגרות

שאלון 482 (805)

מורה למתמטיקה: רוית הלפנבאום

חדו"א של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

28/03/2019

עורכי המצגת: רן סודאי ורוית הלפנבאום

נוסחאות – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

<u>חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:</u>

<u>נגזרות</u>:

$\left(x^t\right)' = tx^{t-1}$ (t ממשי) ; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

נגזרת של <u>מכפלת</u> פונקציות: $[f(x)\cdot g(x)]' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(\cos x)' = -\sin x$; $(\sin x)' = \cos x$

נגזרת של <u>מנת</u> פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x\cdot \ln a}$; $\left(a^x\right)' = a^x \cdot \ln a$; $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

נגזרת של פונקציה <u>מורכבת</u>: $[f(u(x))]' = f'(u)\cdot u'(x)$

כאשר $u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית).

<u>אינטגרלים:</u> $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ (t ממשי, $t \neq -1$) ; $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$ אז: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$

מה בתכנית?

- בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'
- בגרות חורף תשע"ח

מה בתכנית?

- בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'
- בגרות חורף תשע"ח

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

(2) מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה f(x).

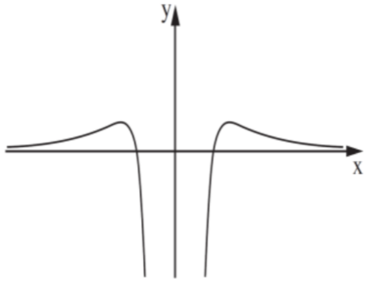
(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגן.

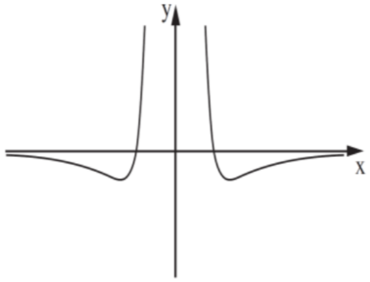
(5) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

(6) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה f(x).

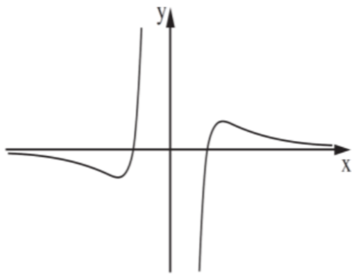
ב- לפניך ארבעה גרפים (I - IV). איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת f’(x)? נמק.



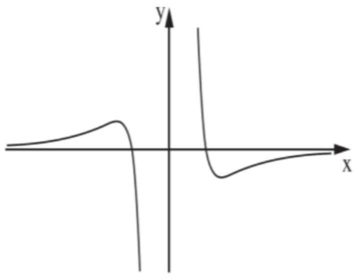
I



II



III



IV

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

$\log_a(x) = b \Rightarrow x = a^b$
$0 < a \neq 1, \qquad x > 0$

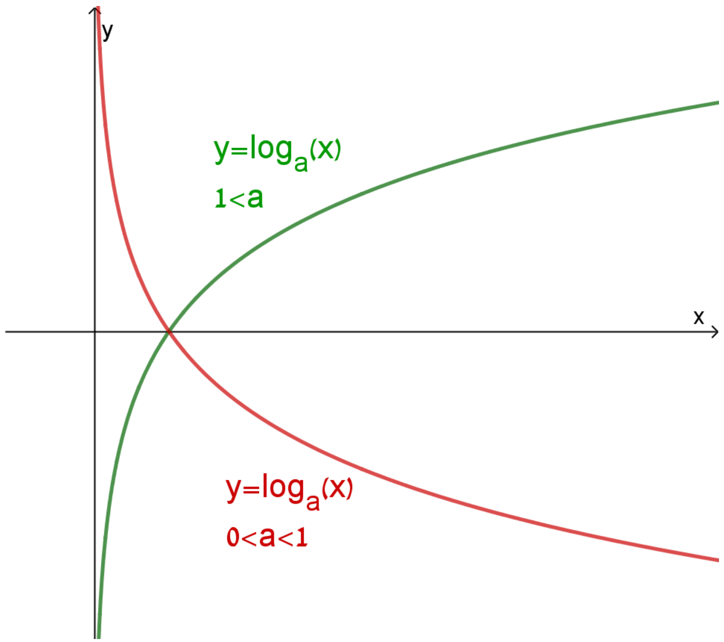
$\ln(x) = b \Rightarrow x = e^b$

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה f(x).

תחום הגדרה:

- מנה: המכנה צריך להיות שונה מאפס: $x^2 \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$
- לוג: הביטוי שעליו מופעל לוג צריך להיות חיובי: $x^2 > 0 \Rightarrow x \neq 0$
- סה"כ: תחום ההגדרה $x \neq 0$



תחום הגדרה:
$x \neq 0$

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (2) מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה f(x).

אסימפטוטה אנכית:

- נבדוק אסימפטוטות אנכיות בקצה תחום ההגדרה.
- במקרה שלנו: x=0 הוא קצה תחום ההגדרה.
- כאשר $x \to 0$: המכנה שואף לאפס,

  המונה שואף לגודל אינסופי (שלילי),

  ולכן כל המנה תשאף לגודל אינסופי (שלילי).
- מסקנה: x=0 הוא אסימפטוטה אנכית.

תחום הגדרה:
$x \neq 0$

אסימפטוטה אנכית:
$x = 0$

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים (אם יש כאלה).

- נק' חיתוך עם ציר x: נפתור f(x)=0

מנה שווה אפס כאשר המונה שווה אפס,

ולכן נפתור: $\ln(x^2) = 0$

הפתרון: $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

- נק' החיתוך עם ציר ה-x: $(-1,0), (1,0)$

$\log_a(x) = b \Rightarrow x = a^b$

$\ln(x) = b \Rightarrow x = e^b$

$a^0 = 1$

- נק' חיתוך עם ציר y: צריך להציב x=0

תחום ההגדרה הוא $x \neq 0$

- מסקנה: אין נק' חיתוך עם ציר y.

תחום הגדרה: $x \neq 0$

נק' חיתוך עם ציר x: $(-1,0), (1,0)$

אסימפטוטה אנכית: $x = 0$

אין נק' חיתוך עם ציר y.

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x)

וקבע את סוגן.

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$$

$$(\ln(f(x)))'=\frac{f'(x)}{f(x)}$$

- נגזור את הפונקציה לפי מנה ונגזרת מורכבת:

$$f'(x)=\frac{\frac{2x}{x^2}\cdot x^2-2x\cdot\ln(x^2)}{x^4}=\frac{2x(1-\ln(x^2))}{x^4}$$

- נשווה את הנגזרת לאפס. מנה שווה לאפס כשהמונה מתאפס:

$$2x(1-\ln(x^2))=0$$

- תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$. נפתור לפיכך רק: $1-\ln(x^2)=0$

$$\ln(x^2)=1\Rightarrow x^2=e\Rightarrow x=\pm\sqrt{e}$$

- נציב ונקבל נק' החשודות כקיצון: $\left(\sqrt{e},\frac{1}{e}\right),\left(-\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)$
- כדי לבדוק אם הנק' הן אכן נק' קיצון ומאיזה סוג,

נבדוק את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת:

$f'(x)=\frac{2x(1-\ln(x^2))}{x^4}$.

- המכנה תמיד חיובי (בת"ה), ולכן נצטרך לבדוק רק את סימן המונה.

תחום הגדרה: $x\neq 0$

נק' חיתוך עם ציר x: $(-1,0),(1,0)$

נק' חשודות כקיצון: $\left(\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)$ $\left(-\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)$

אסימפטוטה אנכית: $x=0$

אין נק' חיתוך עם ציר y.

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגן.

- נשים לב שקיבלנו תוצאות סימטריות בנק' החיתוך עם ציר ה-x ונק' החשודות כקיצון. האם זה במקרה?
- הפונקציה תלויה ב- x^2 ולכן היא זוגית!
- מסקנה: ציר y הוא ציר סימטריה.
- נבדוק בעזרת טבלה את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, ונסיק לגבי תחומי העלייה והירידה של הפונקציה, ובהתאם לגבי נק' הקיצון וסוגן. נצפה לסימטריה זוגית:

פונקציה זוגית:
$f(-x)=f(x)$

פונקציה אי-זוגית:
$f(-x)=-f(x)$

x	x <	$-\sqrt{e}$	< x <	0	< x <	$\sqrt{e}$	< x
$f'(x)$	+	0	-		+	0	-
$f(x)$	↗	max	↘		↗	max	↘

תחום הגדרה:
$x\neq 0$

אסימפטוטה אנכית:
$x=0$

נק' חיתוך עם ציר x:
$(-1,0),(1,0)$

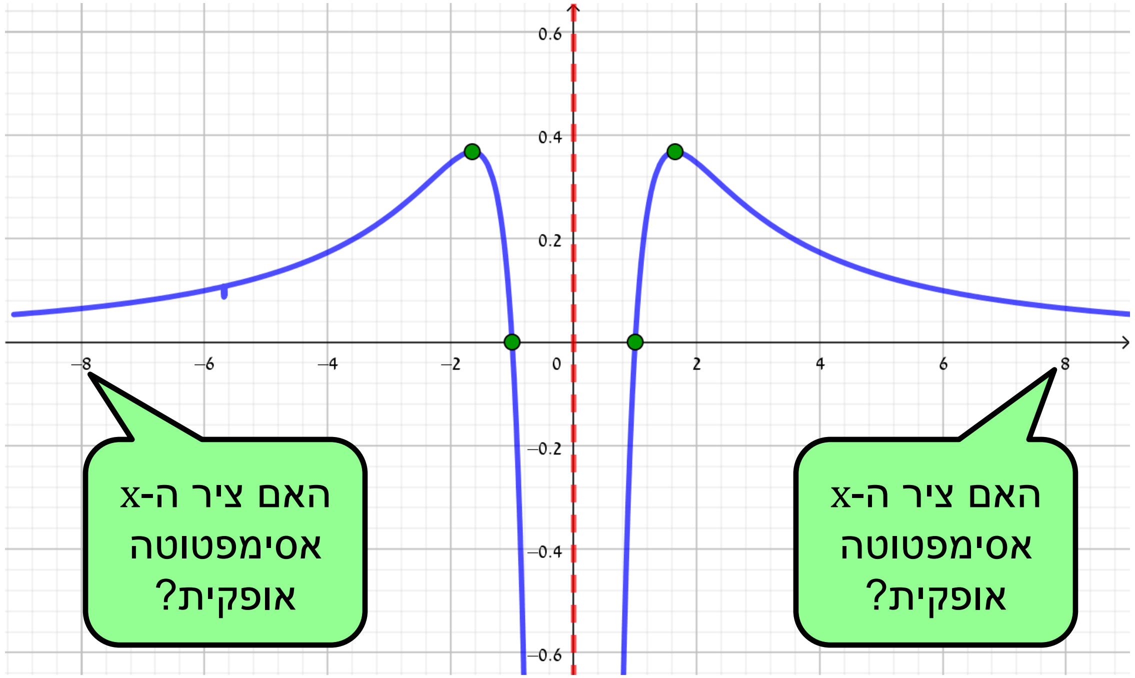
אין נק' חיתוך עם ציר y.

נק' קיצון:
$\left(\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)max$
$\left(-\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)max$

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (5) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).



- נשים לב שלפונקציה אין נק' חיתוך עם ציר ה-x פרט לאלה שמצאנו, ולכן נראה כי ציר ה-x הוא אסימפטוטה אופקית.

נבדוק זאת על ידי הצבת ערכים:

$$f(1000)=0.0000138\approx 0$$

$$f(-1000)=0.0000138\approx 0$$

הן המונה והן המכנה שואפים לאינסוף כש-x שואף לאינסוף, אבל המונה עושה זאת בקצב לוגריתמי בעוד שהמכנה פולינומיאלי **ולכן משתנה מהר יותר**. ציר ה-x (y=0) אכן אסימפטוטה אופקית!

תחום הגדרה:
$x\neq 0$

אסימפטוטה אנכית:
$x=0$

נק' חיתוך עם ציר x:
$(-1,0),(1,0)$

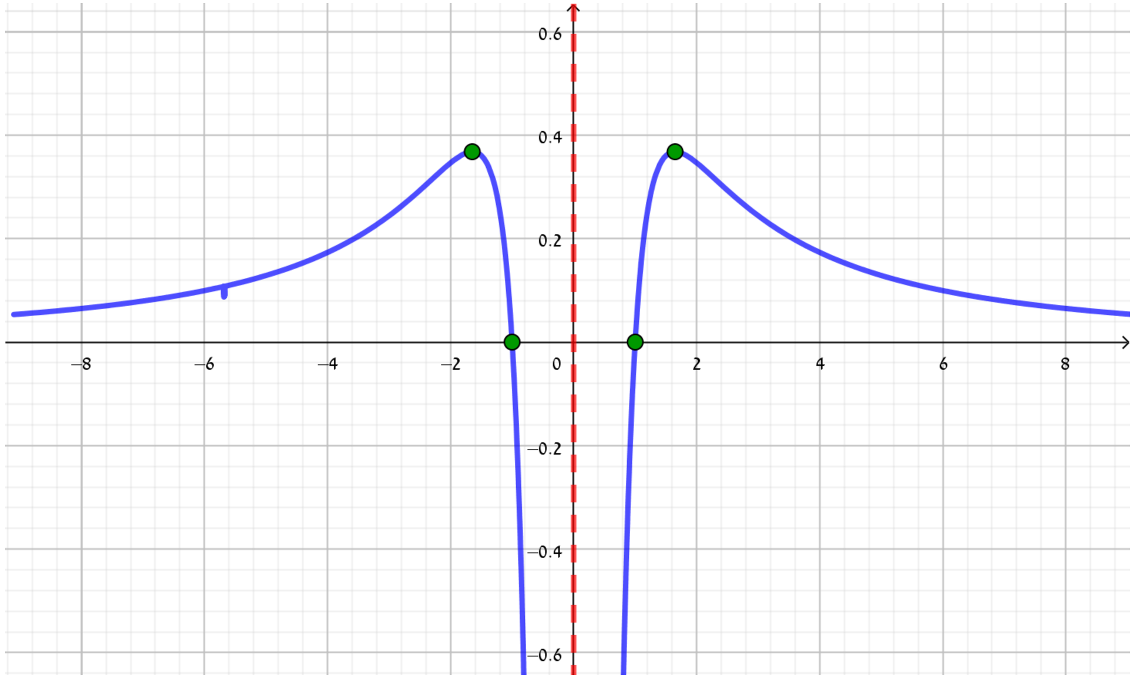
אין נק' חיתוך עם ציר y.

נק' קיצון:
$\left(\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)max$
$\left(-\sqrt{e},\frac{1}{e}\right)max$

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א- (6) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה f(x).



- בכל סעיף שמגיע לאחר השרטוט נוכל להעזר בשרטוט.
- תחומי חיוביות: $1 < x$ או $x < -1$
- תחומי שליליות: $-1 < x < 0$ או $0 < x < 1$

תחום הגדרה:
$x \neq 0$

אסימפטוטה אנכית:
$x = 0$

נק' חיתוך עם ציר x:
$(-1,0), (1,0)$

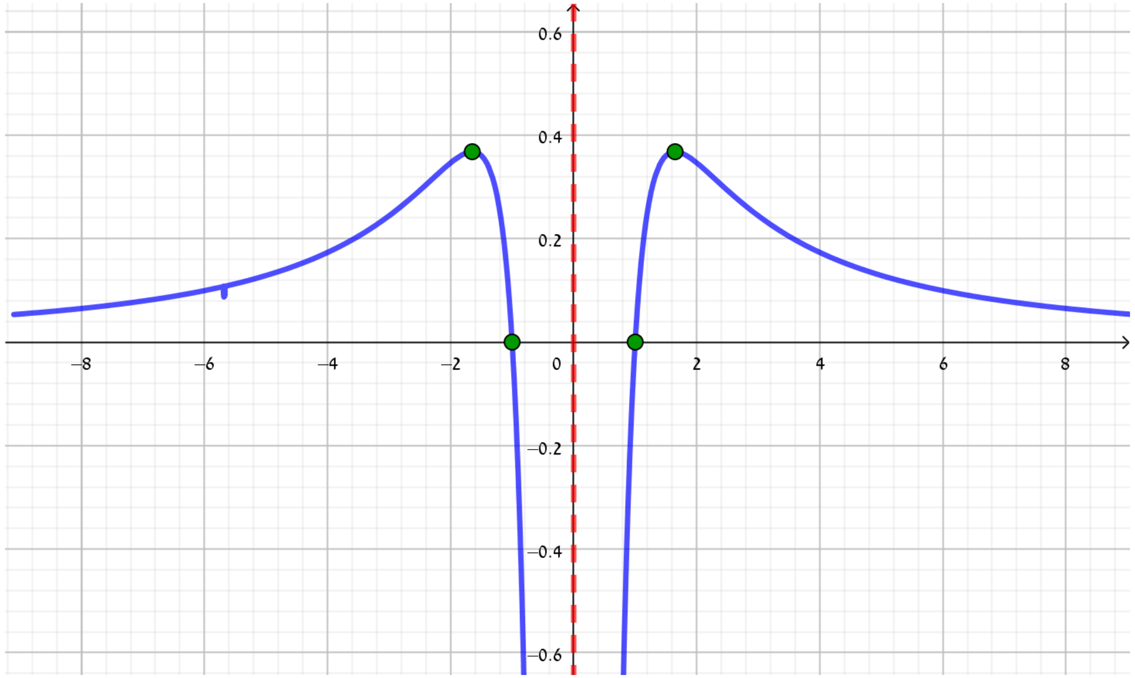
אין נק' חיתוך עם ציר y.

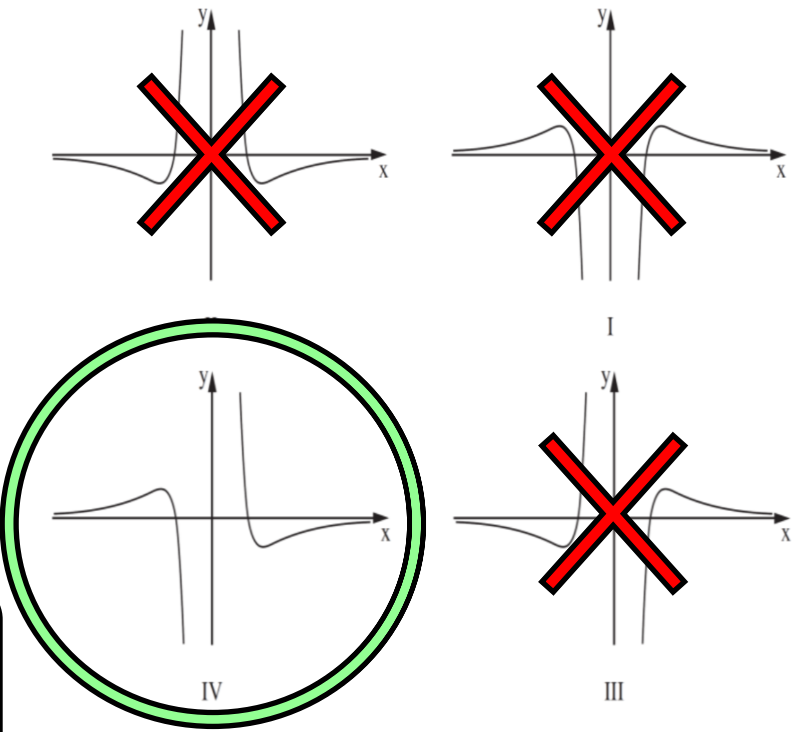
נק' קיצון:
$\left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right) max$
$\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right) max$

בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'

- נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

ב- לפניך ארבעה גרפים (I - IV). איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת f'(x)? נמק.





- מה אנו יודעים על פונקציית הנגזרת?
- האסימפטוטה האנכית של הפונקציה נשארת גם עבור פונקצית הנגזרת.
- מצאנו קודם את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת:

x	x <	$-\sqrt{e}$	< x <	0	< x <	$\sqrt{e}$	< x
$f'(x)$	+	0	-		+	0	-
$f(x)$	↗	**max**	↘		↗	**max**	↘

לפונקציה זוגית תהיה נגזרת אי זוגית וההפך

מה בתכנית?

- בגרות קיץ תשע"ח מועד ב'
- בגרות חורף תשע"ח

בגרות חורף תשע"ח

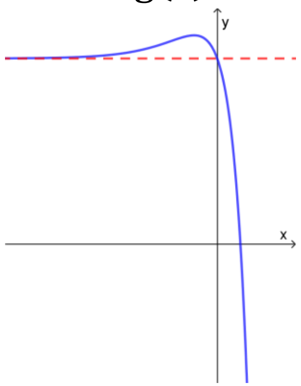
- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^{x} - 2$.

א- (1) מה תחום ההגדרה של הפונקציה f(x)?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x)
עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגן.

- בציור שלפניך שרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
לפונקציה g(x) יש אסימפטוטה שמשוואתה y=4.



ב- (1) מה הם שיעורי נק' הקיצון של g(x)?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האופקית
של f(x)? נמק.

(3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).

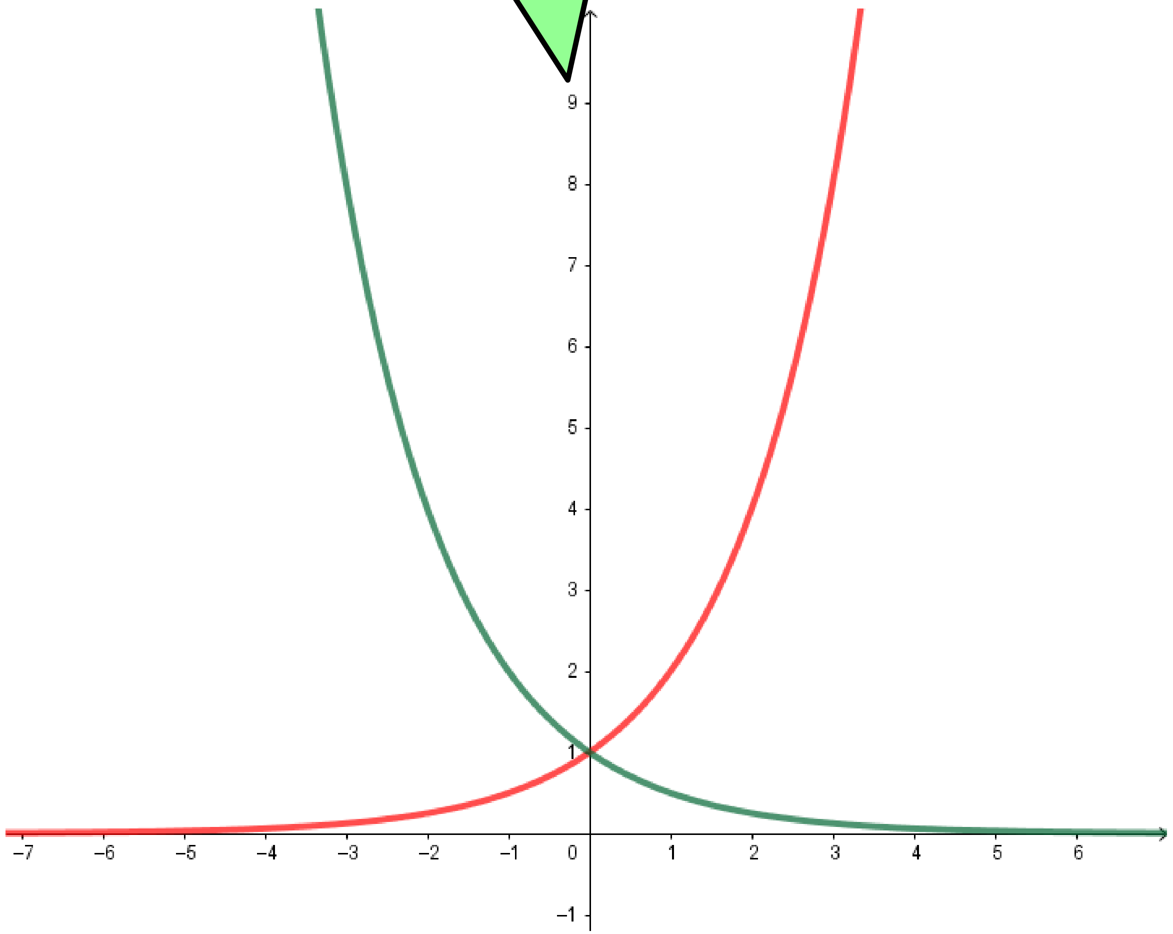
בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^{x} - 2$.

א- (1) מה תחום ההגדרה של הפונקציה f(x)?

- תחום ההגדרה הוא כל x!

<u>פונקציה מעריכית</u>
<u>ת.ה</u>: כל x.
<u>חיובית</u> לכל x



תחום הגדרה:
כל x

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$.

א- (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה f(x) עם הצירים (אם יש כאלה).

- נק' חיתוך עם ציר y: נציב x=0:

$$f(0) = 1 - 1 - 2 = -2 \Rightarrow (0,-2)$$

- נק' חיתוך עם ציר x: נפתור y=0:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 4^{2x} - 4^x - 2 = 0$$

נשים לב שהמבנה של המשוואה היא כשל משוואה ריבועית.

נציב $t = 4^x$ ונקבל: $t^2 - t - 2 = 0 \Rightarrow (t-2)(t+1) = 0$

הפתרונות עבור t: $t_1 = 2,\ t_2 = -1$

כלומר: $4^x = 2, \quad 4^x = -1$.

כשמעלים מספר חיובי בחזקה, התוצאה נשארת חיובית,

ולכן למשוואה $4^x = -1$ אין פתרון.

נפתור לפיכך: $4^x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{1}{2},0\right)$

תחום הגדרה:
כל x

נק' חיתוך עם ציר y:
$(0,-2)$

נק' חיתוך עם ציר x:
$\left(\frac{1}{2},0\right)$

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x)=4^{2x}-4^{x}-2$.

א- (3) מצא את שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגו.

$(a^{x})'=a^{x}\cdot\ln(a)$

$\left(a^{f(x)}\right)'=a^{f(x)}\cdot f'(x)\cdot\ln(a)$

- נגזור את הפונקציה $f(x)=4^{2x}-4^{x}-2$:

$$f'(x)=4^{2x}\cdot 2\ln(4)-4^{x}\cdot\ln(4)$$
$$=4^{x}\cdot\ln(4)\cdot(2\cdot 4^{x}-1)$$

חיובי תמיד

- נשווה את הנגזרת לאפס: $\boxed{4^{x}\cdot\ln(4)}\cdot(2\cdot 4^{x}-1)=0$
- נקבל: $2\cdot 4^{x}-1=0\Rightarrow 4^{x}=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\log_{4}\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$
- נציב ונקבל: $f\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{2}-\frac{1}{2}-2=-2\frac{1}{4}$

קיבלנו את הנקודה $\left(-\frac{1}{2},-2\frac{1}{4}\right)$ חשודה כקיצון.

תחום הגדרה: כל x	נק' חיתוך עם ציר y: $(0,-2)$	נק' חשודה כקיצון: $\left(-\frac{1}{2},-2\frac{1}{4}\right)$
	נק' חיתוך עם ציר x: $\left(\frac{1}{2},0\right)$	

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^{x} - 2$.

א- (3) מצא את שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגו.

- כדי לבדוק אם $\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right)$ אכן נק' קיצון, נבדוק את סימן הנגזרת.
- נציב ערכים בנגזרת הראשונה $f'(x) = 4^{x} \cdot \ln(4)\,(2 \cdot 4^{x} - 1)$ לפני ואחרי נק' הקיצון החשודה:

$$f'(-1) = 4^{-1} \cdot \ln 4 \cdot (2 \cdot 4^{-1} - 1) = -0.17 < 0$$

$$f'(0) = 4^{0} \cdot \ln 4 \cdot (2 \cdot 4^{0} - 1) = \ln 4 = 1.38 > 0$$

x	x <	$-\frac{1}{2}$	< x
$f'(x)$	-	**0**	+
$f(x)$	↘	**min**	↗

תחום הגדרה: כל x

נק' חיתוך עם ציר y: $(0, -2)$

נק' חיתוך עם ציר x: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

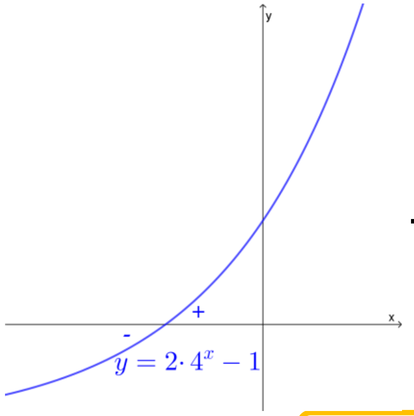
נק' קיצון: $\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right) min$

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$.

א- (3) מצא את שיעורי נק' הקיצון של הפונקציה f(x) וקבע את סוגו.

- כדי לבדוק אם $\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right)$ אכן נק' קיצון, נבדוק את סימן הנגזרת.



נראה זאת גרפית:

- $y = 4^x$ היא פונקציה מעריכית עולה.
- $y = 2 \cdot 4^x$ היא מתיחה אנכית של הפונקציה.
- $y = 2 \cdot 4^x - 1$ היא הזזה אנכית מטה של הפונקציה.
- קיבלנו שהנגזרת הראשונה $f'(x) = \boxed{4^x \cdot \ln(4)}\boxed{(2 \cdot 4^x - 1)}$ משנה סימן משלילי לחיובי, ולכן הפונקציה משנה מגמה מירידה לעליה, ולכן מדובר בנק' מינימום.

חיובי תמיד

משנה סימן משלילי לחיובי

תחום הגדרה:
כל x

נק' חיתוך עם ציר y:
$(0, -2)$

נק' חיתוך עם ציר x:
$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

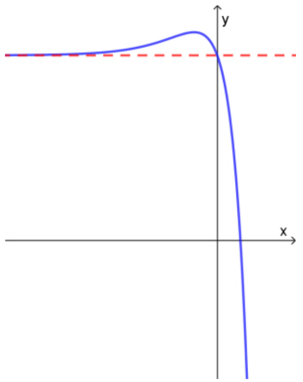
נק' קיצון:
$\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right) min$

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^{x} - 2$.
- בציור שלפניך שרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.

  לפונקציה g(x) יש אסימפטוטה שמשוואתה y=4.

ב- (1) מה הם שיעורי נק' הקיצון של g(x)?



תחום הגדרה:
כל x

נק' חיתוך עם ציר y:
$(0, -2)$

נק' חיתוך עם ציר x:
$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

נק' קיצון:
$\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right)min$

- נתון ש- $g(x) = -2 \cdot f(x)$:
- כפל של פונקציה במינוס 1 הופך את הפונקציה ביחס לציר ה-x.
- כפל של פונקציה במספר שערכו המוחלט גדול (קטן) מ-1 מותח (מכווץ) את הפונקציה.
- מסקנה: הפונקציה g(x) התקבלה מ- f(x) על ידי **היפוך ביחס לציר ה-x ומתיחה אנכית פי-2.**
- אם ל- f(x) יש נק' מינימום ב- $\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right)$,

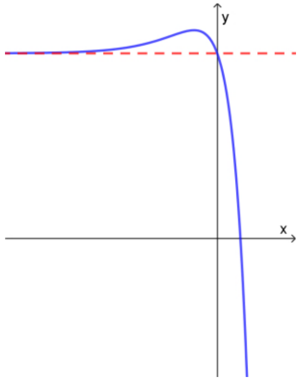
  אז **ל- g(x) יש נק' מקסימום ב- $\left(-\frac{1}{2}, 4\frac{1}{2}\right)$.**

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^{x} - 2$.
- בציור שלפניך שרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.

  לפונקציה g(x) יש אסימפטוטה שמשוואתה y=4.

ב- (2) מהי משוואת האסימפטוטה האופקית של f(x)? נמק.



- נתון ש- $g(x) = -2 \cdot f(x)$:
- כפל של פונקציה במינוס 1 הופך את הפונקציה ביחס לציר ה-x.
- כפל של פונקציה במספר שערכו המוחלט גדול (קטן) מ-1 מותח (מכווץ) את הפונקציה.
- מסקנה: הפונקציה g(x) התקבלה מ- f(x) על ידי **היפוך ביחס לציר ה-x ומתיחה אנכית פי-2.**
- אם ל- g(x) יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה y=4, **אז ל- f(x) יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה y=-2.**

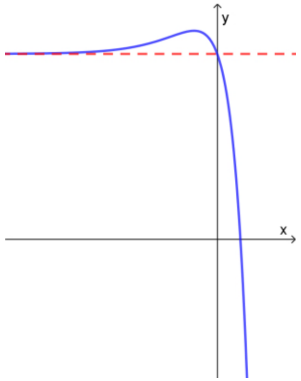
תחום הגדרה:	נק' חיתוך עם ציר y:	נק' קיצון:
כל x	$(0,-2)$	$\left(-\frac{1}{2},-2\frac{1}{4}\right)min$
	נק' חיתוך עם ציר x:	
	$\left(\frac{1}{2},0\right)$	

בגרות חורף תשע"ח

- נתונה הפונקציה $f(x) = 4^{2x} - 4^{x} - 2$.
- בציור שלפניך שרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2 \cdot f(x)$.

  לפונקציה g(x) יש אסימפטוטה שמשוואתה y=4.

ב- (3) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה f(x).



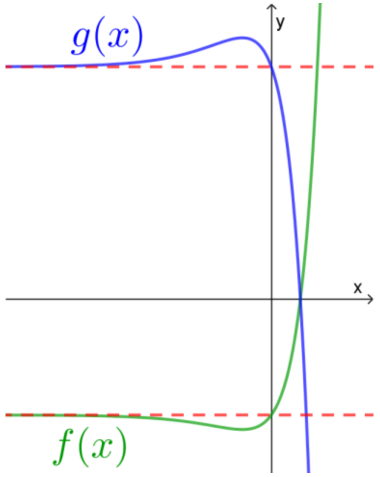
תחום הגדרה:
כל x

נק' חיתוך עם ציר y:
$(0, -2)$

נק' קיצון:
$\left(-\frac{1}{2}, -2\frac{1}{4}\right) min$

נק' חיתוך עם ציר x:
$\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

- נתון ש- $g(x) = -2 \cdot f(x)$:
- כפל של פונקציה במינוס 1 הופך את הפונקציה ביחס לציר ה-x.
- כפל של פונקציה במספר שערכו המוחלט גדול (קטן) מ-1 מותח (מכווץ) את הפונקציה.
- מסקנה: הפונקציה g(x) התקבלה מ- f(x) על ידי **היפוך ביחס לציר ה-x ומתיחה אנכית פי-2.**
- אם ל- g(x) יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה y=4, אז ל- f(x) יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה y=-2.
- שרטוט:



אז מה היה לנו פה?

- **פונקציה זוגית: f(-x) = f(x)**

פונקציה שסימטרית ביחס לציר ה-y.

- **פונקציה אי זוגית: f(-x) = -f(x)**

פונקציה שערכיה בתחום $x \geq 0$ משוקפים הן ביחס לציר ה-y והן ביחס לציר ה- x.

- <u>מתקיים:</u>

אם פונקציה היא זוגית,

אז פונקציית הנגזרת הראשונה שלה תהיה אי זוגית.

<u>וההפך:</u>

אם הפונקציה אי זוגית,

אז פונקציית הנגזרת הראשונה שלה תהיה זוגית.

- יישומון גיאוגברה הממחיש הזזות, מתיחות ומניפולציות נוספות על פונקציה: GeoGebra

- **הזזות ומתיחות של פונקציה:** $\boldsymbol{g(x) = a \cdot f(mx-p) + k}$
- g(x) מתקבלת מ- f(x) על ידי:
  - הזזה k יחידות מעלה.
  - הזזה $\frac{p}{m}$ יחידות ימינה.
  - כיווץ אופקי פי m.
  - מתיחה אנכית פי a.

$\boldsymbol{f(x)}$	$\boldsymbol{h(x) = \frac{1}{f(x)}}$
תחום עליה (ירידה)	תחום ירידה (עליה)
נק' מקסימום (מינימום)	נק' מינימום (מקסימום)
נק' אפס / חורים בגובה אפס	אסימפטוטות אנכיות
אסימפטוטות אנכיות	נק' אפס / חורים בגובה אפס
אסימפטוטה אופקית $y = 0$	שאיפה לאינסוף / מינוס אינסוף
אסימפטוטה אופקית $y = k \neq 0$	אסימפטוטה אופקית $y = \frac{1}{k}$
תחום חיוביות (שליליות)	תחום חיוביות (שליליות)

תודה!