

בגרופ

למידה חברתית לבגרות

שאלון 482 (805)

מורה למתמטיקה: רות הלפנבאום

סדרות

16/04/2019

עורכי המצגת: רן סודאי ורות הלפנבאום

נוסחאות – סדרות

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	<u>סדרות:</u>
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ $S = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{סכום אינסופי:}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$	סכום:

מה בתכנית?

- בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'

- בגרות קיץ תשע"ה מועד ב'

בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'

- הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ.
- במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה, כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
- א- כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?
- לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ.
- בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה), כך שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
- ב- בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?
- ג- כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכל במהלך האימונים שלה?

בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'

- הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ.
- במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה,

נסמן:



- כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
- -א כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?

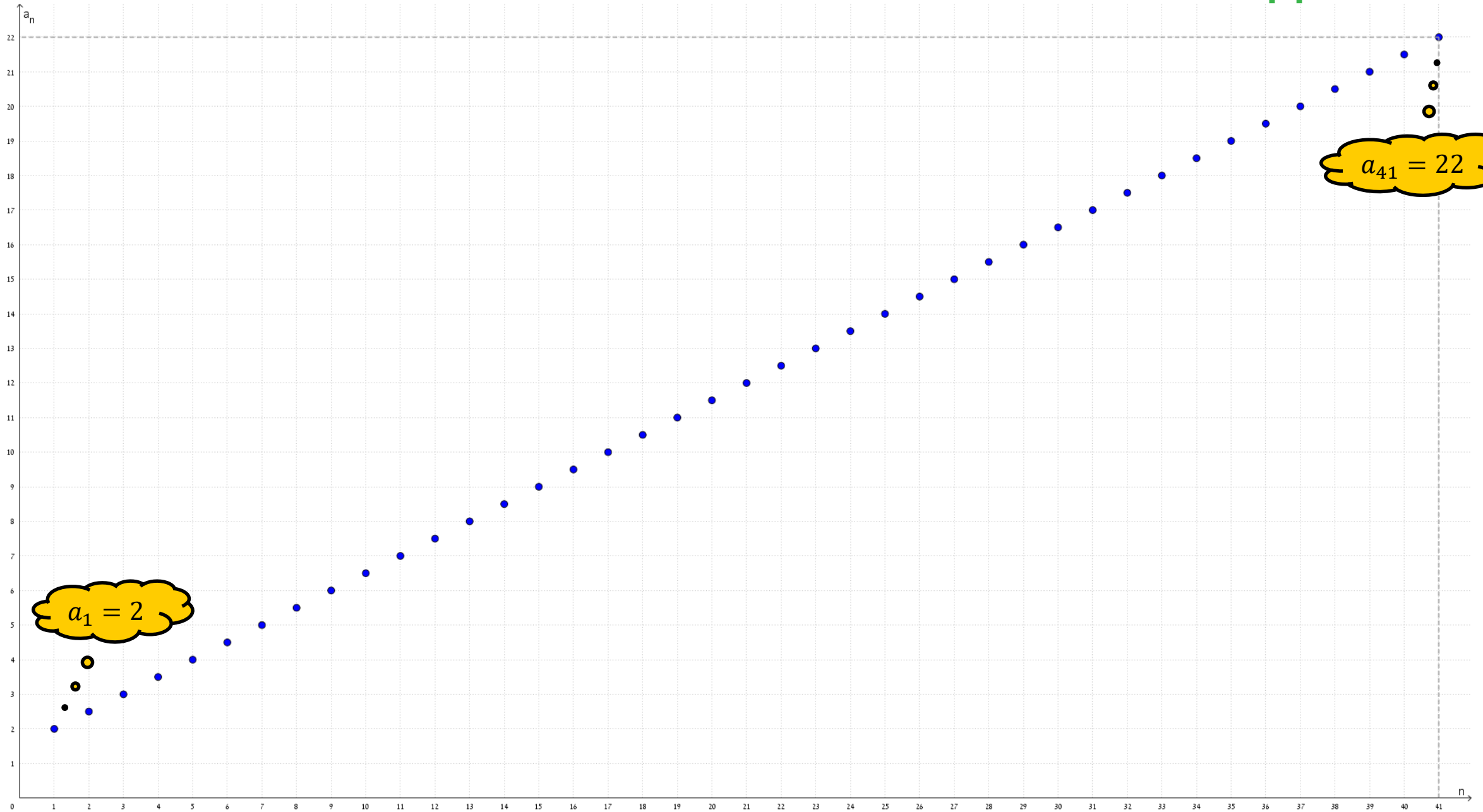
$$\begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 0.5 \\ a_n = 22 \\ n = ? \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$22 = 2 + (n - 1) \cdot 0.5$$

$$40 = n - 1 \Rightarrow n = 41$$

בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'



בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'

• לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ.

• בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה

לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו

(ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה),

כך שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.

ב- בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?

• המשמעות: ב-25 השבועות הראשונים היא רצה בהתאם

לתכנית המקורית, והחל מהשבוע ה-26 היא החלה להגדיל

את המרחק המצטבר משבוע לשבוע ב-0.8 ק"מ.

• נמצא את המרחק שעברה בשבוע ה-25:

$$a_{25} = a_1 + 24d$$

$$a_{25} = 2 + 24 \cdot 0.5 = 14$$

• האיבר ה-26, שערכו 14.8, הוא האיבר הראשון בתכנית

האימונים החדשה. נבדוק כמה ימים מהיום ה-26 נדרשים

כדי להגיע למטרה של 22 ק"מ:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$22 = 14.8 + (n - 1) \cdot 0.8$$

$$7.2 = (n - 1) \cdot 0.8$$

$$n - 1 = 9 \Rightarrow n = 10$$

• קיבלנו שכדי להגיע ליעד ריצה של 22 ק"מ בשבוע, יידרשו

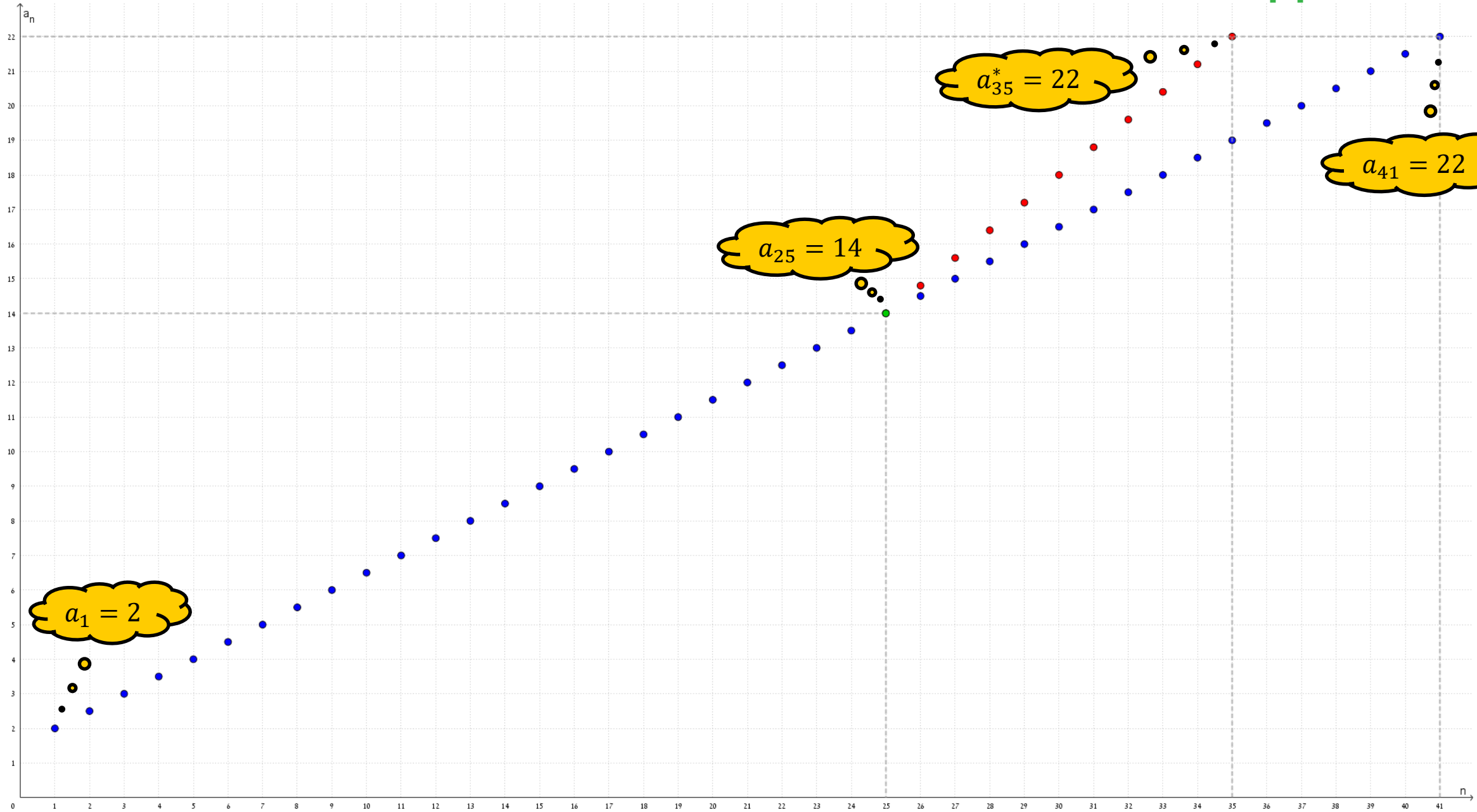
לה 25 שבועות בתכנית הראשונה ועוד 10 שבועות בתכנית

החדשה, סה"כ 35 שבועות. התכנית תתקצר לפיכך ב-6

שבועות יחסית ל-41 השבועות שבתכנית המקורית.



בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'



$a_1 = 2$

$a_{25} = 14$

$a_{35}^* = 22$

$a_{41} = 22$

בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'

- לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ.
 - בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה), כך שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
- ג- כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכל במהלך האימונים שלה?

- **המרחק הכולל ב-25 השבועות הראשונים:**

$$S_n = \frac{n}{2}[2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

$$S_{25} = \frac{25}{2}[2 \cdot 2 + (25 - 1) \cdot 0.5]$$

$$S_{25} = 200$$

- **המרחק הכולל ב-10 השבועות האחרונים:**

$$S_n = \frac{n}{2}[2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}[2 \cdot 14.8 + (10 - 1) \cdot 0.8]$$

$$S_{10} = 184$$

- **המרחק הכולל לכן (בק"מ):** $S_{total} = 200 + 184 = 384$

סה"כ =
המרחק הכולל =
סכום!

נוסחה לסכום סדרה חשבונית:

$$S_n = \frac{n}{2}[2 \cdot a_1 + (n - 1) \cdot d]$$

מה בתכנית?

- בגרות קיץ תשע"ז מועד ב'
- בגרות קיץ תשע"ה מועד ב'

בגרות קיץ תשע"ה מועד ב'

- ארבעת האיברים שלפניך a_1, a_2, a_3, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה.

$$a_2 = a_1 + d, \quad a_4 = a_1 + 3d$$

- סכום ארבעת האיברים הוא 20.
- שלושת האיברים a_1, a_2, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית ולכן מתקיים:

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_4$$

$$(a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 3d)$$

$$a_1^2 + 2a_1 \cdot d + d^2 = a_1^2 + 3a_1 \cdot d$$

$$d^2 = a_1 \cdot d \Rightarrow a_1 = d \text{ או } d = 0$$

- נתון שהסדרה עולה ולכן $0 < d$ כלומר $a_1 = d$.

- **א-** הראה כי a_1 שווה להפרש הסדרה החשבונית, ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.

בסדרה הנדסית מתקיים:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

כל איבר בסדרה הנדסית הוא ממוצע גיאומטרי של איברים שנמצאים במרחקים שווים משני צידיו:

$$a_n = \sqrt{a_{n-k} \cdot a_{n+k}}$$

בסדרה חשבונית מתקיים:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

כל איבר בסדרה חשבונית הוא ממוצע חשבוני של איברים שנמצאים במרחקים שווים משני צידיו:

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

בגרות קיץ תשע"ה מועד ב'

- ארבעת האיברים שלפניך a_1, a_2, a_3, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה.
- כדי למצוא את הפרש הסדרה נשתמש בנתון לסכום ארבעת האיברים. מתקיים:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_4 = \frac{4}{2}(2a_1 + 3d) = 20$$

$$2a_1 + 3d = 10$$

- מצאנו כי $a_1 = d$. נציב ונקבל לכן: $d = 2 \Rightarrow 5d = 10$

- סכום ארבעת האיברים הוא 20.
- שלושת האיברים a_1, a_2, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית (a_1 הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות).
- -א- הראה כי a_1 שווה להפרש הסדרה החשבונית, ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.

בגרות קיץ תשע"ה מועד ב'

- ארבעת האיברים שלפניך a_1, a_2, a_3, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה.

$$b_1 = \frac{a_2}{a_3 - a_1} = \frac{2d}{3d - d} = \frac{2d}{2d} = 1$$

- סכום ארבעת האיברים הוא 20.

- שלושת האיברים a_1, a_2, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית (a_1 הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות).

ב- $\frac{a_2}{a_3 - a_1}$ הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית

יורדת.

סכום כל האיברים בסדרה זו שווה ל-2.

מצא את הסכום של 6 האיברים הראשונים בסדרה זו.

- סכום כל האיברים בסדרה הוא 2:

$$S = \frac{b_1}{1 - q}$$

$$2 = \frac{1}{1 - q} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

- סכום 6 האיברים הראשונים בסדרה זו:

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_6 = \frac{1(0.5^6 - 1)}{0.5 - 1} = \frac{63}{32} = 1.96875$$

נסמן את האיבר הראשון בסדרה ההנדסית האינסופית

היורדת ב- b_1 .

אז מה היה לנו פה?

סדרה הנדסית	סדרה חשבונית	סדרות:
$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	כלל נסיגה:
$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	$a_n = a_1 + (n-1)d$	איבר n-י:
$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	$S_n = \frac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	סכום:
$S = \frac{a_1}{1 - q}$ <p>סכום אינסופי:</p>	$S_n = \frac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$	

כל איבר בסדרה הנדסית הוא ממוצע גיאומטרי של איברים שנמצאים במרחקים שווים משני צידיו:

$$a_n = \sqrt{a_{n-k} \cdot a_{n+k}}$$

כל איבר בסדרה חשבונית הוא ממוצע חשבוני של איברים שנמצאים במרחקים שווים משני צידיו:

$$a_n = \frac{a_{n-k} + a_{n+k}}{2}$$

תודה!